

**Образовательная автономная некоммерческая организация
высшего образования**

«Международный славянский институт»

129085, г. Москва, ул. Годовикова, д. 9, стр. 25, тел./факс 602-46-76,

e-mail: info@slavinst.ru

Кафедра гуманитарных и естественнонаучных дисциплин

УТВЕРЖДАЮ:

Решением Ученого Совета МСИ

Протокол № 1

«28» августа 2019 г.



Ректор МСИ, к.э.н., профессор
Т.Е. Никитина
«28» августа 2019 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ:

Линейная алгебра

(наименование дисциплины)

Направление подготовки

38.03.01 Экономика

утверждено приказом Минобрнауки России от 18 ноября 2013 года № 1245

ФГОС ВО утвержден приказом Минобрнауки России от 12 ноября 2015 г. N 1327

Профиль (специализация) подготовки

Финансы и кредит

(указывается наименование профиля или специализации подготовки)

Квалификация (степень)

БАКАЛАВР

(указывается бакалавр / магистр / специалист)

Форма обучения: Очная

Индекс дисциплины: Б1.Б.08

Трудоемкость дисциплины: 216

Форма итогового контроля: Экзамен

Москва, 2019 г.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Цели и задачи освоения учебной дисциплины.....	3
2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы бакалавриата направления 38.03.01 "Экономика".....	3
3. Место дисциплины в структуре ОП ВО бакалавриата направления 38.03.01 "Экономика".....	4
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся.....	4
5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.....	5
5.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкость по видам учебных занятий.....	5
(в академических часах).....	5
5.2 Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам).....	5
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю) «Линейная алгебра».....	8
7. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю).....	9
7.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине (модулю).....	9
7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы.....	12
7.2.1. Экзамен.....	12
7.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций.....	16
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).....	19
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины (модуля).....	19
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю).....	19
11. Приложения.....	20
11.1 Методические рекомендации по применению активных и интерактивных форм обучения.....	20
11.2 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)....	22
11.3. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости).....	25
11.4. Особенности организации образовательного процесса инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.....	26
11.5 Тестовые задания для самоконтроля знаний студентов по дисциплине «Линейная алгебра».....	26
11.6. Примеры домашних заданий и контрольных работ по дисциплине «Линейная алгебра».....	31

1. Цели и задачи освоения учебной дисциплины.

Целями дисциплины «Линейная алгебра» являются:

- изучение обучаемыми основных алгебраических и геометрических понятий, их взаимосвязи и развития, а также отвечающих им методов расчёта, используемых для анализа, моделирования и решения прикладных задач;
- формирование у студентов логического мышления.

Задачами учебной дисциплины являются:

- развить алгоритмическое и логическое мышление студентов,
- овладеть методами исследования и решения математических задач,
- выработать у студентов умения самостоятельно расширять свои математические знания и проводить математический анализ прикладных задач.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы бакалавриата направления 38.03.01 "Экономика"

В результате освоения ОП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине (модулю) «Линейная алгебра»:
способность к самоорганизации и самообразованию (ОК-7);

	Уровни сформированности компетенции	Описание показателей уровня сформированности компетенции	Описание критериев уровня сформированности компетенции	Методы контроля сформированности компетенции
1	2	3	4	5
1	Пороговый уровень	Обязательный для всех студентов-выпускников вуза по завершении освоения ООП. Подразумевает овладение знаниями предметной области и понимание принципов их функционирования.	<p>Владеть:</p> <p>приемами саморегуляции эмоциональных и функциональных состояний при выполнении профессиональной деятельности В 1(ОК-7) –I</p> <p>Владеть:</p> <p>технологиями организации процесса самообразования; приемами целеполагания во временной перспективе, способами планирования, организации, самоконтроля и самооценки деятельности. В 2(ОК-7) - I</p> <p>Уметь:</p> <p>планировать цели и устанавливать приоритеты при выборе способов принятия решений с учетом условий, средств, личностных возможностей и времен-</p>	Практические занятия, самостоятельная работа, итоговая аттестация.

			<p>ной перспективы достижения; осуществления деятельности.</p> <p>У 1(ОК-7) –I</p> <p>Уметь: самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности.</p> <p>У 2(ОК-7) –I</p> <p>Знать: содержание процессов самоорганизации и самообразования, их особенностей и технологий реализации, исходя из целей совершенствования профессиональной деятельности.</p> <p>З 1(ОК-7) –I</p>	
--	--	--	---	--

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО бакалавриата направления 38.03.01 "Экономика"

Дисциплина «Линейная алгебра» относится к числу базовых дисциплин (Б1.Б.08) ОП подготовки бакалавров по направлению «Экономика».

Для изучения курса необходимо твердое знание студентами базового курса математики средней школы и дисциплины «Математический анализ».

В дальнейшем дисциплина «Линейная алгебра» является фундаментом для изучения других разделов курса высшей математики. Она призвана дать студентам математический аппарат, который будет использоваться в дальнейшем при изучении дисциплин базового цикла «Теория вероятностей и математическая статистика», «Методы оптимальных решений», «Макроэкономика», «Статистика», а также в учебно-исследовательской и научно-исследовательской работе.

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины (модуля) составляет 6 зачетных единиц (ЗЕ), 216 академических часов.

Таблица 1. Выписка из учебного плана

№ п/п	Семестр	Трудоемкость		Лекционные занятия (час.)	Лабораторные занятия (час.)	Практические занятия (час.)	КСР (час.)	СРС (час.)	Контроль	Форма контроля
		зач. ед.	час							

очная	2	6	216	22	-	26	-	132	36	экзамен
заочная	2	6	216	6	-	6	-	195	9	экзамен

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)

Таблица 2. Тематический план дисциплины

для очной формы обучения

№ п/п	Раздел дисциплины (темы)	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Форма промежуточной аттестации (по семестрам)	Контроль (в часах)
				Лек	Лаб	Пр	КСР	СРС		
1	Матрицы и определители	2	23	5	-	6	-	33	-	-
2	СЛАУ и методы их решения	2	26	5	-	6	-	33	-	-
3	Векторная алгебра	2	31	6	-	7	-	33	-	-
4	Линейные отображения	2	35	6	-	7	-	33	Экзамен	36
5	Итого:	216		22	0	26	0	132		36

для заочной формы обучения

№ п/п	Раздел дисциплины (темы)	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)					Форма промежуточной аттестации (по семестрам)	Контроль (в часах)
				Лек	Лаб	Пр	КСР	СРС		
1	Матрицы и определители	2	41	1	-	1	-	48	-	-
2	СЛАУ и методы их решения	2	42	1	-	1	-	49	-	-
3	Векторная алгебра	2	43	2	-	2	-	49	-	-
4	Линейные отображения	2	44	2	-	2	-	49	Экзамен	9
5	Итого:	216		6	0	6	0	195		9

5.2 Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Содержание лекционного курса

Тема 1. Матрицы и определители.

Виды матриц, операции над матрицами, определители квадратных матриц, свойства определителей и их вычисления; Обратная матрица, ее свойства и методы определения; ранг матрицы и способы его вычисления

Тема 2 СЛАУ и методы их решения

Общие понятия о СЛАУ; метод обратной матрицы нахождение единственного решения СЛАУ и метод Кремера ; метод Гаусса ; метод Жордана – Гаусса; теорема Кронекера – Капелли; однородные СЛАУ ; модель Леонтьева многоотраслевой экономики.

Тема 3 Векторная алгебра.

Линейные операции над векторами координаты вектора, скалярное произведение векторов , векторное произведение векторов, смешанные произведение векторов; линейные векторные пространства ; размерность, базис векторного пространства, переход к новому базису; евклидовы пространства.

Тема 4 Линейные отображения

Общие сведения об отображениях; образ, ранг, ядро, дефект отображения; линейные операторы, их свойства структура; матрица оператора в различных базисах; собственные значения и собственные векторы линейного оператора; симметричный оператор, ортогональность собственных векторов; понятие квадратичной формы, связь между квадратичной формой и оператором, приведение квадратичной формы к каноническому виду, критерий Сильвестра.

Практические занятия

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 1

Тема: Действия над матрицами

Продолжительность 2 часа

1. Цель научить студентов умножать матрицы на число, транспонировать, складывать, вычитать и перемножить между собой.
2. Используемый метод обучения - объяснительно-иллюстративный
3. Примеры заданий:

А) Вычислить $3A+AB$, если $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & -3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 4 \\ -3 & -5 & -4 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Б) Вычислить AB , если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 3 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 2

Тема: Вычисление определителей

Продолжительность 2 часа

1. Цель научить студентов вычислять определители 2-го, 3-го и 4-го порядков; миноры и алгебраические дополнения.
2. Используемый метод обучения - объяснительно-иллюстративный
3. Примеры заданий:

А) Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 5 & -4 & 4 \\ 1 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$.

Б) Вычислить A_{21} , если $B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 4 \\ -3 & -5 & -4 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 3

Тема: Вычисление обратной матрицы
Продолжительность 2 часа

1. Цель научить студентов находить обратную матрицу.
2. Используемый метод обучения - объяснительно-иллюстративный
3. Примеры заданий:

Найти матрицу, обратную к $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 4 \\ 1 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 4

Тема: Системы линейных уравнений
Продолжительность 2 часов

1. Цель научить студентов решать системы линейных уравнений по методу Крамера и методу Гаусса; находить фундаментальное решение систем m линейных уравнений с n неизвестными.
2. Используемый метод обучения - объяснительно-иллюстративный
3. Примеры заданий:

А) Решить систему $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 9 \\ 4x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 5 \\ 3x_1 - 4x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ по методу Гаусса.

Б) Решить систему $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 7 \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ 8x_1 + 12x_2 - 8x_3 = 2 \end{cases}$ по методу Крамера.

Методические рекомендации для подготовки к занятиям:

Формы и методы проведения занятия, виды учебной деятельности студентов.

- Традиционная форма проведения занятий:

Лекции, практические занятия

Заслушивание на занятиях подготовленных работ

Обсуждение на занятиях результатов

- Интерактивная форма обучения:

Кейс метод, деловая игра

Беседа индивидуальная или с группой

- Виды учебной деятельности студентов:

– подготовка к контрольной работе;

– изучение учебного материала и составление конспекта;

- подготовка реферата;
- составление задач, вопросов, тестов, кроссвордов, ситуаций;
- участие в разработке деловой игры;
- подготовка к написанию курсовой (расчетно-графической) работы (проекта);
- участие в конкурсах, круглых столах, олимпиадах, диспутах и т.д.
- изучение основной и дополнительной литературы.

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю) «Линейная алгебра»

Очная форма обучения

№ п/п	Тема раздела (название работы)	Вопросы СРС	Содержание заданий, выносимых на СРС	Кол-во часов, отводимых на выполнение заданий	Учебно-методическое обеспечение
1	2	3	4	5	6
1.	Матрицы и определители	1-5	УМ, СК, ПР	33	ОЛ.1, ДЛ.5
2.	СЛАУ и методы их решения	6-7	ПКР, УМ, СК, ПР	33	ОЛ.1, ДЛ.4, ДЛ.5
3.	Векторная алгебра	8-10	ПКР, УМ, СК, ПР	33	ОЛ.1, ДЛ.4, ДЛ.5, ДЛ.9
4.	Линейные отображения		ПКР, УМ, СК, ПР	33	ОЛ.1, ДЛ.1, ДЛ.2, ДЛ.7

Заочная форма обучения

№ п/п	Тема раздела (название работы)	Вопросы СРС	Содержание заданий, выносимых на СРС	Кол-во часов, отводимых на выполнение заданий	Учебно-методическое обеспечение
1	2	3	4	5	6
1.	Матрицы и определители	1-5	УМ, СК, ПР	48	ОЛ.1, ДЛ.5
2.	СЛАУ и методы их решения	6-7	ПКР, УМ, СК, ПР	49	ОЛ.1, ДЛ.4, ДЛ.5
3.	Векторная алгебра	8-10	ПКР, УМ, СК, ПР	49	ОЛ.1, ДЛ.4, ДЛ.5, ДЛ.9
4.	Линейные отображения		ПКР, УМ, СК, ПР	49	ОЛ.1, ДЛ.1, ДЛ.2, ДЛ.7

Используемые условные обозначения:

УМ – изучение учебного материала;

СК – изучение учебного материала и составление конспекта;

ПР – подготовка реферата;

СЗВТ – составление задач, вопросов, тестов, кроссвордов, ситуаций;

ДИ – участие в разработке деловой игры;

ПКР – подготовка к написанию курсовой (расчетно-графической) работы (проекта);

КО – участие в конкурсах, круглых столах, олимпиадах, диспутах и т.д.

- Б – беседа индивидуальная или с группой;
- КР – контрольная работа;
- З – заслушивание на занятиях подготовленных работ;
- ОБС – обсуждение на занятиях результатов;
- ОЛ – основная литература;
- ДЛ – дополнительная литература.

Перечень вопросов, выносимых на СРС

1. Основные сведения о матрицах. Примеры.
2. Действия над матрицами: сложение матриц, умножение матрицы на число, произведение матриц. Примеры.
3. Действия над матрицами: возведение в степень, транспонирование. Свойства операций над матрицами.
4. Определители второго и третьего порядков. Правила вычисления.
5. Миноры и алгебраические дополнения.
6. Свойства определителей.
7. Понятие обратной матрицы, её вычисление.
8. Системы линейных уравнений. Матричная запись систем линейных уравнений.
9. Методы решения систем линейных уравнений: метод Крамера, матричный метод.
10. Методы решения систем линейных уравнений: метод Гаусса.
11. Понятие задачи линейного программирования.
12. Понятие комплексного числа. Алгебраическая форма. Действия в алгебраической форме.
13. Сопряженные комплексные числа, их свойства.
14. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия в тригонометрической форме. Показательная форма комплексного числа.

7. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

7.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине (модулю)

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

1. ОК-7 способность к самоорганизации и самообразованию.

Указанная компетенция формируется в соответствии со следующими этапами:

1. Формирование и развитие теоретических знаний, предусмотренных указанными компетенциями (лекционные занятия, самостоятельная работа студентов).
2. Приобретение и развитие практических умений, предусмотренных компетенциями (практические занятия, самостоятельная работа студентов).
3. Закрепление теоретических знаний, умений и практических навыков, предусмотренных компетенциями, в ходе решения контрольных заданий на практических занятиях, успешной сдачи экзамена.

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части) / и ее формулировка - по желанию	Наименование оценочного средства
1	Матрицы и определители	ОК-7	Тест, решение задач
2	СЛАУ и методы их решения	ОК-7	Тест, решение задач
3	Векторная алгебра	ОК-7	Тест, решение

			задач
4	Линейные отображения	ОК-7	Тест, решение задач

Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Аббревиатура компетенции	Поведенческий индикатор	Оценочные средства
ОК-7	<p>Уровень знаний основные определения и понятия изучаемых разделов линейной алгебры.</p> <p>Уровень умений применять методы линейной алгебры для решения экономических задач, осуществлять практическую и/или познавательную деятельность по собственной инициативе (в отсутствии прямого педагогического воздействия, т.е. присутствия преподавателя).</p> <p>Уровень навыков навыками решения типовых задач с применением изучаемого теоретического материала, навыками планирования самостоятельной деятельности.</p>	<p>Контрольная работа</p> <p>Тестовые задания</p> <p>Доклад /реферат</p> <p>решение задач</p>

Сформированность каждой компетенции в рамках освоения данной дисциплины оценивается по трехуровневой шкале:

-пороговый уровень является обязательным для всех обучающихся по завершении освоения дисциплины;

-продвинутый уровень характеризуется превышением минимальных характеристик сформированности компетенции по завершении освоения дисциплины;

-эталонный уровень характеризуется максимально возможной выраженностью компетенции и является важным качественным ориентиром для самосовершенствования.

При достаточном качестве освоения более 80% приведенных знаний, умений и навыков преподаватель оценивает освоение данной компетенции в рамках настоящей дисциплины на эталонном уровне, при освоении более 60% приведенных знаний, умений и навыков – на продвинутом, при освоении более 40% приведенных знаний, умений и навыков -на пороговом уровне. В противном случае компетенция в рамках настоящей дисциплины считается неосвоенной.

Уровень сформированности каждой компетенции на различных этапах ее формирования в процессе освоения данной дисциплины оценивается в ходе текущего контроля успеваемости и представлен различными видами оценочных средств.

Для оценки сформированности в рамках данной дисциплины компетенции ОК-7 преподавателем оценивается содержательная сторона и качество материалов приведенных студентами по практическим занятиям, в контрольных работах, в курсовой работе, а также в деловой игре и в кейс-ситуации. Учитываются также ответы студента на вопросы по со-

ответствующим видам занятий при текущем контроле – устных опросах, тестировании, заданиях по практическим занятиям.

Описание шкалы оценивания

№	Оценка	Требование к знаниям
1	«отлично»	заслуживает студент, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоивший основную литературу и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «отлично» выставляется студентам, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала («компетенции освоены полностью»)
2	«хорошо»	заслуживает студент, обнаруживший полные знания учебно-программного материала, успешно выполняющий предусмотренные в программе задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе. Как правило оценка «хорошо» выставляется студентам, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности («компетенции в основном освоены»)
3	«удовлетворительно»	заслуживает студент, обнаруживший знание учебно- программногo материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справляющийся с выполнением заданий предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «удовлетворительно» выставляется студентам, допустившим погрешность в ответе на экзамене, но обладающим необходимыми знаниями («компетенции освоены частично»)
4	«неудовлетворительно»	выставляется студенту, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий («компетенции не освоены»)

7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы

7.2.1. Экзамен

а) типовые вопросы (задания)

Вопросы к экзамену

1. Дать определение матрицы, перечислить виды матриц
2. Какие арифметические операции над матрицами вы знаете?
3. Что означает операция транспонирования матрицы?
4. Какие свойства операции транспонирования матриц вы знаете?
5. Приведите понятие определителя квадратной матрицы n -го порядка
6. Чем отличается минор матрицы от его дополнительного минора?
7. Чем отличается алгебраическое дополнение от дополнительного минора?
8. Какие методы существуют для вычисления определителей?
9. Сформулируйте свойства определителей
10. Дайте определение обратной матрицы и приведите ее свойства.
11. Какие методы существуют для нахождения обратных матриц?
12. Что называют элементарными преобразованиями матрицы?
13. Что называют рангом матрицы?
14. Какие методы существуют для определения ранга матрицы?
15. Дайте определение системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)
16. В чем заключается метод обратной матрицы решения СЛАУ?
17. Как работает метод расширенной матрицы при решении СЛАУ?
18. Как решать СЛАУ по формулам Крамера?
19. Как решить переопределенную СЛАУ по методу наименьших квадратов?
20. В чем заключается метод Гаусса решения СЛАУ?
21. Как решать СЛАУ методом Жордана-Гаусса?
22. Сформулировать и доказать теорему Кронекера – Капелли.
23. Что такое базисные решения СЛАУ?
24. Какие решения однородной СЛАУ называются фундаментальными?
25. Из каких решений складывается общее решение неоднородной СЛАУ?
26. Что собой представляет модель Леонтьева многоотраслевой политики?
27. Сформулируйте определение геометрического вектора и перечислите линейные операции над векторами
28. Дайте определение скалярного произведения векторов и перечислите его основные свойства.
29. Дайте определение векторному произведению векторов и перечислите его основные свойства.
30. Дайте определение смешанному определению векторов и перечислите его основные свойства.
31. Дайте определение линейного векторного пространства
32. Какой вектор называется n -мерным? Перечислите операции над n -мерными векторами
33. Какие векторы называются линейно-независимыми?
34. Сформулируйте определение размерности и базиса векторного пространства
35. Как разложить произвольный вектор линейного пространства по базису.
36. В чем заключается идея дополнения линейно-независимых векторов до базиса?
37. Как перейти от одного базиса векторного пространства к другому?
38. Что называется линейным подпространством векторного пространства?
39. Какое векторное пространство называется эвклидовым?
40. Что такое норма вектора?
41. Какой базис называется ортонормированным?
42. В чем суть метода ортогонализации?
43. Какие векторы составляют ортогональное дополнение ?

44. Дать определение ортогонального дополнения
45. Что такое образ, ранг, ядро, дефект отображения?
46. Сформулируйте определение линейного оператора и приведите его свойства.
47. В чем заключается действие линейного оператора на вектор?
48. Как связаны матрицы линейных операторов в разных базисах?
49. Что такое собственные значения и собственные векторы линейного оператора?
50. Дайте определение симметричного оператора и приведите условие его симметричности.
51. Какая существует зависимость между квадратичной формой и линейным оператором, имеющими одинаковые матрицы
52. Как привести квадратичную форму к каноническому виду?
53. В чем заключается критерий Сильвестра?
54. Как определить знак квадратичной формы, по собственным числам ее матрицы?

б) критерии оценивания компетенций (результатов)

Результаты оцениваются по доле правильных ответов на вопросы и задания. Если студент правильно отвечает на все вопросы, он получает 100 баллов, если на половину - 50 баллов и т.д.

7.2.2. Реферат

а) типовые задания (вопросы)

Тематика рефератов

15. Основные сведения о матрицах. Примеры.
16. Действия над матрицами: сложение матриц, умножение матрицы на число, произведение матриц. Примеры.
17. Действия над матрицами: возведение в степень, транспонирование. Свойства операций над матрицами.
18. Определители второго и третьего порядков. Правила вычисления.
19. Миноры и алгебраические дополнения.
20. Свойства определителей.
21. Понятие обратной матрицы, её вычисление.
22. Системы линейных уравнений. Матричная запись систем линейных уравнений.
23. Методы решения систем линейных уравнений: метод Крамера, матричный метод.
24. Методы решения систем линейных уравнений: метод Гаусса.
25. Понятие задачи линейного программирования.
26. Понятие комплексного числа. Алгебраическая форма. Действия в алгебраической форме.
27. Сопряженные комплексные числа, их свойства.
28. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия в тригонометрической форме. Показательная форма комплексного числа.

б) критерии оценивания компетенций (результатов)

Основные требования к реферату (докладу). В работе должен быть отражен современный подход к анализируемой проблеме. Необходимо изложить точку зрения различных авторов. Объем реферата должен составлять до 10 страниц. По материалам реферата студент должен подготовить доклад на 5 минут и выступить с ним на семинарском занятии.

Требования к оформлению реферата:

- объем реферата: не более 15 страниц формата А4, включая титульный лист и лист библиографии;
- основной текст реферата набирается шрифтом TNR 14, междустрочный интервал – полторный; интервал между абзацами – 0 пт; поля: сверху и снизу – 2 см, слева – 3 см, справа – 1 см; абзацный отступ – 1,25; текст выровненный по ширине.
- сноски – внизу каждой страницы, нумерация сносок – сквозная по всему тексту работы;
- маркеры – классические, строгие: «–» или «•»;
- выделение текста – единое (курсив или курсив полужирный); подчеркивание текста не допускается;
- приветствуется наличие в реферате сравнительно-аналитических схем, таблиц (предпочтительно, построенных студентом самостоятельно);
- таблицы, рисунки (схемы), список литературы должны быть оформлены в соответствии с требованиями ГОСТ.

Реферат по дисциплине «Линейная алгебра» оценивается исходя из максимальной оценки в 15 баллов.

Максимальный балл выставляется в том случае, если:

- содержание реферата полностью соответствует выбранной теме; тема раскрыта исчерпывающе полно, профессионально, грамотно;
- в ответе достигнуто смысловое единство текста, аргументов, практических примеров и иллюстраций, цитат;
- реферат написан грамотно: не содержит орфографических ошибок, произвольных сокращений и информации, не относящейся к предмету ответа.

За несоблюдение требований, предъявляемых к реферату, максимально возможная оценка снижается на:

0,5 – 1 балл	за неполноту ответа; наличие отклонений от темы реферата; смысловую расплывчатость и нелогичность; недостаточную аргументированность содержания реферата
0,5 – 1 балл	за неполное или неточное определение понятий / отсутствие определения терминов и понятий, заявленных в теме
0,5 – 1 балл	за несоблюдение структуры реферата
0,5 – 1 балл	за наличие орфографических ошибок
0,5 – 1 балл	за несоблюдение требований к оформлению реферата
1 – 5 баллов	за несоблюдение сроков предоставления реферата на проверку

Презентация в формате Microsoft PowerPoint по современным подходам и моделям менеджмента направлена не только на проверку знаний по соответствующим вопросам дисциплины, но и на развитие навыков работы с программой для создания и проведения презентаций.

Презентация (от англ. presentation) – это способ наглядного представления информации с использованием аудиовизуальных средств, на основе сочетания компьютерной анимации, графики, видео, музыки и звукового ряда, которые организованы в единую среду.

Что нужно сделать для того, чтобы подготовить отличную презентацию? Необходимо

решить три основные задачи:

определить цели презентации;

определить целевую аудиторию;

построить высококлассную презентацию в PowerPoint.

Любое публичное выступление имеет три общие цели: проинформировать, убедить и развлечь.

Информирование. Когда оратор пытается обучить своих слушателей или описать им что-либо, его цель – проинформировать аудиторию (например, лекция). Некоторые информативные речи предназначены для того, чтобы познакомить слушателя с чем-то абсолютно новым для него.

Убеждение. Вторая общая цель – это убедить аудиторию (учебную группу и преподавателя) в правильности своей точки зрения, доказательности своих положений и выводов и добиться от аудитории определенной скрытой или явной реакции. При этом важно помнить, что скрытая реакция не сразу раскрывается для выступающего, в то время как явная реакция – это непосредственная реакция аудитории по время публичной презентации: что может быть приятнее аплодисментов, одобрительных и восхищенных реплик и т.п.?

Несколько советов по подготовке презентации в PowerPoint :

- будьте аккуратными: неряшливо сделанные слайды (разнобой в шрифтах и отступах, опечатки, типографические ошибки в формулах) вызывают подозрение, что и к содержательным вопросам докладчик подошел «спустя рукава»;
- титульный слайд необходим: он представляет аудитории вашу команду и тему вашего выступления; полезно также указать дату выступления;
- при выборе шаблона слайдов настоятельно рекомендуется светлый фон слайда и контрастный шрифт, размером не менее 24 pt.
- оптимальное число строк на слайде – от 6 до 11. Перегруженность и мелкий шрифт тяжелы для восприятия, а «недозагрузка» оставляет впечатление, что выступление поверхностно и плохо подготовлено;
- пункты перечней должны быть короткими: максимум – две строки на фразу, оптимально – одна строка. Чрезмерно длинная фраза отвлекает внимание от речи, напротив, короткая – легче запоминается визуально;
- оптимальная скорость переключения – один слайд за 1–2 минуты (общее количество слайдов для короткой презентации – не более 10). Для кратких выступлений допустимо два слайда в минуту, но не быстрее: слушатели должны успеть воспринять информацию и со слайда, и на слух;
- на слайдах с ключевыми определениями и тезисами можно задержаться подольше: если они не будут поняты, то не будет понято ничего. Слайды с графиками, наоборот, легко проскакивать в ускоренном темпе, объясняя: «По горизонтальной оси отложено ..., по вертикальной оси – ..., из диаграммы видно, что...». При объяснении таблиц необходимо говорить, чему соответствуют строки, а чему – столбцы;
- над каждой фразой надо критически подумать: поймут ли её слушатели; достаточно ли у них специальных знаний, чтобы её понять? Непонятные фразы следует безжалостно изымать из презентации;
- любая фраза должна говориться за чем-то, а не просто потому, что Вы этим занимались в процессе работы. Каждая фраза должна логично подводить к следующим фразам, быть для них посылкой, и в конечном итоге всё выступление должно быть

- подчинено главной цели – донести до аудитории две–три по-настоящему ценных мысли;
- предпоследний слайд с выводами в коротких презентациях (10-12 минут) проговаривать не надо: аудитория еще не успела забыть, о чем вы только говорили;
 - «Благодарим (благодарю) за внимание!»: вот последний слайд, которым обязательно должна завершаться презентация. Сопровождая этот слайд, вы говорите о готовности отвечать на вопросы аудитории.

Запись выступления на 7 минут занимает примерно полторы страницы текста (формат А4, шрифт 12pt).

Объем и длительность презентации – не более 20 минут (15-20 слайдов).

При оценивании задания (максимальный балл за РР-презентацию составляет 10 баллов) принимается во внимание, как содержательная часть презентации – ее информативность, методологическая точность и выдержанность, отсутствие когнитивных и орфографических ошибок, так и форма презентации – удачное использование шаблонов, элементы собственного дизайна ит.п.

7.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций

В конце изучения всех тем подводятся итоги работы студентов на практических занятиях путем суммирования всех заработанных баллов.

В течение семестра студент имеет возможность увеличить количество набранных баллов путем пересдачи незачтенных (пропущенных) занятий.

Студент не может зарабатывать баллы только на экзамене, поскольку он не проявил себя на семинарских занятиях.

Максимальное количество баллов, которое может заработать студент за семестр, равно 100 баллам. Поскольку студент выполняет различные виды работ, получает за них не только максимальное, но и минимальное количество баллов, то получаемый результат (сумма) целиком зависит от его активности в течение семестра. Выполняющий все задания студент значительно облегчает себе сдачу экзамена, поскольку набирает большое количество баллов предыдущими видами работ.

Критерии оценки знаний при сдаче экзамена

Экзамен по дисциплине сдается в виде письменных ответов по билетам дисциплины, с последующим устным ответом.

Оценка «отлично» выставляется в том случае, если все ответы на билет и на дополнительные вопросы студентом сданы без ошибок;

Оценка «хорошо» выставляется в том случае, если студент не отвечает на 1 вопрос из билета и на 1 дополнительный вопрос по билету;

Оценка «удовлетворительно» выставляется в том случае, если студент не отвечает на 2 вопроса из билета и на 2 дополнительных вопроса по билету;

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в том случае, если студент не ответил ни на один вопрос из билета.

В билет входят 2 теоретических вопроса и 1 задача. Студент на экзамене вытаскивает билет, отвечает на экзаменационных листах (письменно) – 30 минут, затем отвечают преподавателю на билет и дополнительные вопросы. Оценка за экзамен выставляется в зачетно-экзаменационную ведомость и зачетную книжку студента. Все экзаменационные

листы с ответами сдаются преподавателю после завершения экзамена. Преподаватель сдает все в деканат декану факультету.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ОТВЕТА СТУДЕНТА НА ЭКЗАМЕНЕ ПРИ 100-БАЛЛЬНОЙ СИСТЕМЕ

Характеристика ответа	Оценка ECTS	Баллы в БРС	Оценка
Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показана совокупность осознанных знаний об объекте, проявляющаяся в свободном оперировании понятиями, умениями выделить существенные и несущественные его признаки, причинно-следственные связи. Знание об объекте демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей. Ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента.	A	100-96	5 (5+)
Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показана совокупность осознанных знаний об объекте, доказательно раскрыты основные положения темы; в ответе прослеживается четкая структура, логическая последовательность, отражающая сущность раскрываемых понятий, теорий, явлений. Знание об объекте демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей. Ответ изложен литературным языком в терминах науки. Могут быть допущены недочеты в определении понятий, исправленные студентом самостоятельно в процессе ответа.	B	95-91	5
Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, доказательно раскрыты основные положения темы; в ответе прослеживается четкая структура, логическая последовательность, отражающая сущность раскрываемых понятий, теорий, явлений. Ответ изложен литературным языком в терминах науки. В ответе допущены недочеты, исправленные студентом с помощью преподавателя.	C	90-86	4 4 (+)
Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Ответ четко структурирован, логичен, изложен литературным языком в терминах науки. Могут быть допущены недочеты или незначительные ошибки, исправленные преподавателем.	C	85-81	4
Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Ответ четко структурирован, логичен, изложен в терминах науки. Однако допущены незначительные ошибки или недочеты, исправленные студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя.	D	80-76	4 4 (-)
Дан полный, но недостаточно последовательный ответ на поставленный вопрос, но при этом показано умение выделить существенные и несущественные признаки и	E	75-71	3 3 (+)

причинно-следственные связи. Ответ логичен и изложен в терминах науки. Могут быть допущены 1–2 ошибки в определении основных понятий, которые студент затрудняется исправить самостоятельно.			
Дан недостаточно полный и недостаточно развернутый ответ. Логика и последовательность изложения имеют нарушения. Допущены ошибки в раскрытии понятий, употреблении терминов. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Студент может конкретизировать обобщенные знания, доказав на примерах их основные положения только с помощью преподавателя. Речевое оформление требует поправок, коррекции.	E	70-66	3
Дан неполный ответ, логика и последовательность изложения имеют существенные нарушения. Допущены грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, теорий, явлений, вследствие непонимания студентом их существенных и несущественных признаков и связей. В ответе отсутствуют выводы. Умение раскрыть конкретные проявления обобщенных знаний не показано. Речевое оформление требует поправок, коррекции.	E	65-61	3 3 (-)
Дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса с существенными ошибками в определениях. Присутствуют фрагментарность, нелогичность изложения. Студент не осознает связь данного понятия, теории, явления с другими объектами дисциплины. Отсутствуют выводы, конкретизация и доказательность изложения. Речь неграмотная. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины.	F _x	60-41	2
Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины.	F	40-0	2

Итоговая оценка по дисциплине в семестре за экзамен.

Оценка по 5-балльной системе	Оценка по 100-балльной системе
5.0 превосходно	96-100
5.0 отлично	91-95
4.0 хорошо	81-90
4.0 Хорошо с недочетами	76-80
3.0 удовлетворительно	61-75
2.0 неудовлетворительно	41-60
Неудовлетворительно 2.0 (необходимо повторное изучение)	0-40

Перевод среднего балла в 100-балльную систему

Средний балл по 5-балльной системе	Балл по 100-балльной системе	Средний балл по 5-балльной системе	Балл по 100-балльной системе	Средний балл по 5-балльной системе	Балл по 100-балльной системе
5.0	100	4.0	81-82	2,9	57-60
4.9	98-99	3.9	80	2,8	53-56

4.8	96-97	3.8	79	2,7	49-52
4.7	94-95	3.7	78	2,6	45-48
4.6	92-93	3.6	77	2,5	41-44
4.5	91	3.5	76	2,4	36-40
4.4	89-90	3.4	73-74-75	2,3	31-35
4.3	87-88	3.3	70-71-72	2,2	21-30
4.2	85-86	3.2	67-68-69	2,1	11-20
4.1	83-84	3.1	64-65-66	2,0	0-10
		3.0	61-62-63		

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Основная литература

1. Кремер Н. Ш. Высшая математика для экономического бакалавриата. Учебник. – М., 2013.

Дополнительная литература:

1. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. Учебное пособие для вузов. – 4-е изд. переработанное. – М.: Наука, 1980 г. – 336 с.
2. Высшая математика для экономистов. Учебник для вузов. /Под ред. проф. Н. Ш. Кремера – М.: ЮНИТИ, 1999. – 471 с.
3. Федорова Е.С., Шемякина Т.А. Линейная алгебра. Учебное пособие. – Бишкек, 2002.
4. Математика в экономике. / Солодовников А. С., Бабайцев В. А., Браилов А. В., Шандра И. Г. Учебник. Часть 2 / – Финансы и статистика, 2000.
5. Общий курс высшей математики для экономистов. Учебник. /Под ред. проф. В. И. Ермако-ва. М.: ИНФРА – М, 2001.
6. Солодовников А.С. Математика в экономике. В двух частях. Ч. 1. Учебник. – М., 2000.
7. Солодовников А.С., Бабайцев В.А. и др. Математика в экономике. В двух частях. Ч. 2. Учебник. – М., 1999.
8. Типовые расчёты по аналитической геометрии. Е. С. Фёдорова, Ш. А. Эгембердиев. Учебное пособие. КРСУ, Бишкек, 2003. – 59 с.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. <http://www.rsl.ru> - Российская государственная библиотека
2. <http://www.lib.msu.su> - Научная библиотека МГУ им. М. В. Ломоносова
3. <http://www.lib.pu.ru/rus/catalogs/index.jsp> - Научная библиотека Санкт-Петербургского государственного университета
4. <http://www.inion.ru/product/db2htm> - Институт научной информации по общественным наукам Российской Академии Наук (ИНИОН РАН)
5. <http://www.akdi.ru> - Агентство консультаций и деловой информации «Экономика»
6. <http://www.stat.kg> - Национальный статистический комитет Кыргызской Республики

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Ресурсное обеспечение реализации дисциплины формируется на основе требований к условиям реализации основных образовательных программ бакалавриата, определяемых ФГОС ВО.

Материально-техническое обеспечение учебного процесса по дисциплине полностью соответствует требованиям ФГОС. Факультет и кафедры, ведущие подготовку, оснащены необходимым лабораторным оборудованием и оргтехникой в объеме, достаточном для обеспечения уровня подготовки в соответствии с ФГОС. Все оборудование и помещения находятся в собственности Института (свидетельство о государственной регистрации права от 06.11.2008 г. №77АЖ680825. Адрес (местоположение) учебных кабинетов, объектов для проведения занятий: 129085, г. Москва, ул. Годовикова, д. 9, стр. 25, кабинеты 316, 317, 318, 321, 322, 322а). Перечень имеющегося оборудования:

- Столы одно-, двух-, и трехместные;
- Стулья;
- Доски меловые;
- Доски магнитно-маркерные;
- Кафедры;
- Переносной компьютер Acer Aspire 5633WLMi;
- LCD проектор Toshiba TLP-XD2000;
- Столик для проектора Projecta Solo 8000;
- Экран на штативе STM-1103 200x200;
- Интерактивная приставка TRIUMPH Portable SLIM USB.

В компьютерных классах (каб. 323, 324), объединенных в локальную сеть и оснащенных обучающими и информационными программами, студенты имеют возможность выхода в Интернет, использования ЭБС, Консультант плюс. Помещения, предназначенные для изучения профессиональных дисциплин, оснащены современным оборудованием и техническими средствами. Перечень имеющегося оборудования:

- Столы двухместные;
- Стулья;
- Доска меловые;
- Кафедра;
- Компьютеры Pentium Core2Duo, объединенные в сеть на базе операционной системы Windows Server;
- Мониторы жидкокристаллические;
- Сканеры;
- Лазерные принтеры;
- Микрофоны;
- Наушники;
- Звуковые колонки.

В библиотеке Института (каб. 301) оборудованы места для работы с ЭБС и сканирования библиотечных ресурсов.

11. Приложения

11.1 Методические рекомендации по применению активных и интерактивных форм обучения

При изучении дисциплины предусматривается использование следующих активных и интерактивных образовательных технологий (учебных форм), предусмотренных в планах семинарских и практических занятий:

Адаптивное обучение – способ организации учебного процесса с учетом индивидуального уровня подготовки обучаемого до начала обучения и/или в процессе обучения.

Деловая игра – метод имитации (подражания, изображения) принятия решений ру-

ководящими работниками или специалистами в различных производственных ситуациях (в учебном процессе – в искусственно созданных ситуациях), осуществляемый по заданным правилам группой людей в диалоговом режиме. Диалоговые игры применяются в качестве средства активного обучения для освоения процессов принятия решения.

Дискуссия – форма учебной работы, в рамках которой студенты высказывают свое мнение по проблеме, заданной преподавателем. Проведение дискуссий по проблемным вопросам подразумевает написание студентами эссе, тезисов или реферата по предложенной тематике.

Мастер-класс – семинар, который проводит эксперт (известный действующий специалист) в области права, для тех, кто хочет улучшить свои практические достижения в этом предмете.

Метод «инцидента» - метод поиска информации самими слушателями, целью которого является развитие или совершенствование умений слушателей, с одной стороны, принимать решения в условиях недостаточности информации, с другой – рационально собирать и использовать информацию, необходимую для принятия решения.

Метод кейсов – технология, сущность которой состоит в том, что учебный материал подается обучаемым в виде микропроблем, а знания приобретаются в результате их активной исследовательской и творческой деятельности по разработке решений. Метод анализа конкретных ситуаций прививает практические навыки работы с информацией; учит вычленять, структурировать и ранжировать проблемы.

Метод мозгового штурма)– метод генерирования идей, сущностью которого является экстенсивная коллективная выработка максимально возможного количества вариантов решения проблемы с последующим их критическим анализом.

Метод проектов – комплексный метод обучения, результатом которого является создание какого либо продукта или явления. В основе учебных проектов лежат исследовательские методы обучения.

Ролевая игра – модель построения учебного процесса, с целью приобретения практики вариантов различного поведения, поиска наиболее оптимальной тактики и стратегии нахождения решения проблемы. Сюжетно-ролевые игры проводятся по предварительно разработанному сценарию, имеют развернутые инструкции для всех участников игры с описанием содержания их роли. Данный тип игр основывается на более сложном механизме взаимодействия участников игры, что требует большего времени для проведения занятия.

Тренинг (**интеллектуальный тренинг** – форма интерактивного обучения, целью которого является развитие компетентности и межличностного профессионального поведения в общении (практические занятия по темам).

Как показывает педагогическая практика теоретические вопросы лучше усваиваются, когда учебная работа проводится в форме дискуссии. Добиваясь от каждого студента добросовестного выполнения в часы самостоятельной работы индивидуального задания преподавателя, таким образом, планируется их подготовка к проведению дискуссии в учебное время. При выборе и формулировании конкретной темы выступления обязательно учитывается обоснованное мнение студента-докладчика, содокладчика. Как правило позиции по одной проблеме, изложенные в ходе дискуссии, полностью не совпадают. На протяжении ряда таких занятий, добиваясь от студентов концентрации внимания, необходимо вырабатывать умение слышать особенности правовой аргументации собеседника, выделять главное в обсуждаемой теме, правильно задавать вопросы, а в итоге - организовать публичный спор (диспут). Его предполагается использовать как одну из самых активных форм работы со студентами в атмосфере свободного, непринужденного высказывания по острым правовым проблемам технического регулирования в торговле.

Подражание, изображение, совместное с преподавателем обсуждение деловых ситуаций и решение задач, создание различного рода юридических документов как активные средства обучения особенно полезны при проведении практических занятий.

В этом направлении предполагается внедрять в педагогическую практику мастер-классы: семинары с участием известных действующих специалистов в указанной области. Заключительная тема курса обсуждается на последнем семинаре, где студенты, могут дать развернутое изложение каждого из вопросов семинарского занятия по данной теме (доклад). На этом же занятии подводятся общие итоги, что может быть проведено в форме тестирования или коллоквиума. Именно эти формы более всего отвечают выявлению итогового уровня подготовленности как каждого студента, так и группы в целом и зависимости от посещения аудиторных занятий и участия в них.

Наименование тем занятий с использованием активных форм обучения

Очная форма – 4 года

№	Тема занятия	Вид учебного занятия	Форма / Методы интерактивного обучения	Кол-во часов	% учебного времени
1	2	3	4	5	6
1	Матрицы и определители	СЗ	Кейс-метод	2	100%
2	СЛАУ и методы их решения	СЗ	Кейс-метод	2	100%
3	Векторная алгебра	СЗ	Кейс-метод	2	100%

Заочная форма – 5 лет

№	Тема занятия	Вид учебного занятия	Форма / Методы интерактивного обучения	Кол-во часов	% учебного времени
1	2	3	4	5	6
1	Матрицы и определители	СЗ	Кейс-метод	1	100%
2	СЛАУ и методы их решения	СЗ	Кейс-метод	1	100%
3	Векторная алгебра	СЗ	Кейс-метод	1	100%

11.2. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

При реализации дисциплины используются следующие образовательные технологии:

п/п	Вид занятий	Краткая характеристика
1	Лекция	Лекции построены на основе использования активных форм обучения: - лекция-беседа (преимущество лекции-беседы состоит в том, что она позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным вопросам темы, определять содержание и темп изложения учебного материала с учетом особенностей студентов), - проблемная лекция (с помощью проблемной лекции обеспечивается достижение трех основных дидактических целей: усвоение студентами теоретических

п/п	Вид занятий	Краткая характеристика
		<p>знаний; развитие теоретического мышления; формирование познавательного интереса к содержанию учебного предмета и профессиональной мотивации будущего специалиста),</p> <p>-лекция с заранее запланированными ошибками (Эта форма проведения лекции необходима для развития у студентов умений оперативно анализировать профессиональные ситуации, выступать в роли экспертов, оппонентов, рецензентов, вычленять неверную или неточную информацию).</p> <p>На каждой лекции применяется сочетание этих форм обучения в зависимости от подготовленности студентов и вопросов, вынесенных на лекцию.</p> <p>Присутствие на лекции не должно сводиться лишь к автоматической записи изложения предмета преподавателем. Более того, современный насыщенный материал каждой темы не может (по времени) совпадать с записью в тетради из-за разной скорости процессов мышления и автоматической записи. Каждый студент должен разработать для себя систему ускоренного фиксирования на бумаге материала лекции. Поэтому, лектором рекомендуется формализация записи посредством использования общепринятых логико-математических символов, сокращений, алгебраических (формулы) и геометрических (графики), системных (схемы, таблицы) фиксаций изучаемого материала. Овладение такой методикой, позволяет каждому студенту не только ускорить процесс изучения, но и повысить его качество, поскольку успешное владение указанными приемами требует переработки, осмысления и структуризации материала.</p>
2	Семинарские занятия	<p>Приступая к изучению данного курса, следует особое внимание обратить на подбор учебных изданий по предмету, предполагающих активные формы обучения. В рамках каждой темы в соответствии с рабочей программой предлагается план изучения темы, подкрепленный рядом проблемных вопросов для самостоятельной подготовки и индивидуального ответа.</p> <p>Вопросы составлены таким образом, чтобы акцентировать внимание на отдельных важных аспектах изучаемой проблемы. Выполнение заданий формируют навыки выделения важных моментов в большом объеме нового материала, стимулирует активный поиск полного ответа на сформулированную кратко учебную проблему.</p>
3	Подготовка к экзамену	Подготовка к экзамену предполагает изучение рекомендуемой литературы и других источников, конспектов лекций, повторение материалов практических занятий.

Методические указания к практическим и/или семинарским занятиям

Практическое занятие – одна из форм учебного занятия, направленная на развитие самостоятельности учащихся и приобретение умений и навыков.

Практические занятия по отдельным дисциплинам рекомендуется проводить *в форме семинаров*, что позволяет студентам привить практические навыки самостоятельной работы с научной литературой, получить опыт публичных выступлений.

Семинар - составная часть учебного процесса, групповая форма занятия при активном участии студентов. Семинары способствуют углублённому изучению наиболее сложных проблем дисциплины и служат основной формой подведения итогов самостоятельной работы студентов. На семинарах студенты учатся грамотно излагать проблемы, свободно высказывать свои мысли и суждения, вести полемику, убеждать, доказывать, опровергать, отстаивать свои убеждения, рассматривать ситуации, способствующие развитию профессиональной компетентности. Всё это помогает приобрести навыки и умения, необходимые современному специалисту. Подготовка к семинару зависит от формы, места проведения семинара, конкретных заданий и поручений. Это может быть написание доклада, эссе, реферата (с последующим их обсуждением).

Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа начинается до прихода студента на лекцию. Целесообразно использование «системы опережающего чтения», т.е. предварительного прочтения лекционного материала, содержащегося в учебниках и учебных пособиях, закладывающего базу для более глубокого восприятия лекции. Работа над лекционным материалом включает два основных этапа: конспектирование лекций и последующую работу над лекционным материалом. Под конспектированием подразумевают составление конспекта, т.е. краткого письменного изложения содержания чего-либо (устного выступления – речи, лекции, доклада и т.п. или письменного источника – документа, статьи, книги и т.п.). В процессе организации самостоятельной работы большое значение имеют консультации с преподавателем, в ходе которых можно решить многие проблемы изучаемого курса, уяснить сложные вопросы. Беседа студента и преподавателя может дать многое - это простой прием получения знаний. Самостоятельная работа носит сугубо индивидуальный характер, однако вполне возможно и коллективное осмысление проблем науки.

Методические указания по написанию реферата

Реферат — письменная работа объемом 10-18 печатных страниц, выполняемая студентом в течение длительного срока (от одной недели до месяца).

Реферат (от лат. *referrer* — докладывать, сообщать) — краткое точное изложение сущности какого-либо вопроса, темы на основе одной или нескольких книг, монографий или других первоисточников. Реферат должен содержать основные фактические сведения и выводы по рассматриваемому вопросу.

Реферат отвечает на вопрос — что содержится в данной публикации (публикациях).

Общая структура работы следующая: титульный лист, оглавление, введение, основная часть работы, заключение список использованной литературы.

При оформлении текста реферата следует учитывать, что открывается работа титульным листом, где указывается полное название учебного заведения, кафедры, название учебного предмета, тема реферата, фамилии автора и преподавателя, место и год написания. На следующей странице, которая нумеруется внизу по правому краю или по центру номером 2, помещается оглавление с точным названием каждой главы и указанием номера начальных страниц.

Общий объем реферата не должен превышать 15-20 страниц для печатного варианта. Поля страницы: левое - 3 см., правое - 1,5 см., нижнее 2 см., верхнее - 2 см. до номера страницы. Текст печатается через 1,5 интервала. Если текст реферата набирается в тексто-

вом редакторе Microsoft Word, рекомендуется использовать шрифты: Times New Roman, размер шрифта - 12 пт, а названия оглавлений- 14 пт. Каждая структурная часть реферата (введение, главная часть, заключение и т.д.) начинается с новой страницы. Расстояние между главой и следующей за ней текстом, а также между главой и параграфом составляет 2 интервала.

После заголовка, располагаемого посередине строки, не ставится точка. Не допускается подчеркивание заголовка и переносы в словах заголовка. Страницы реферата нумеруются в нарастающем порядке. Номера страниц ставятся в правом нижнем углу листа.

Титульный лист реферата включается в общую нумерацию, но номер страницы на нем не проставляется (это не относится к содержанию реферата).

Процедура защиты реферата: Не позднее чем за два дня до защиты реферат представляется студентом на рецензию преподавателю. Защита реферата происходит в течение 10 минут на семинарском занятии или во время дежурства преподавателя на кафедре. Важно, чтобы защищающий реферат мог рассказать о его актуальности, поставленных целях и задачах, изученной литературе, структуре основной части, сделанных в ходе работы выводах. Таким образом, совершается отход от механического пересказа реферата к научному обоснованию проблемы, после чего задаются вопросы по представленной проблеме.

<i>Структура доклада</i>	<i>Структура реферата</i>
<ol style="list-style-type: none"> 1. Титульный лист 2. Содержание (план) 3. Основная часть (необходимо рассматривать минимум 3 вопроса) 4. Список литературы 5. Объем – минимум 10 страниц 6. Нумерация страниц – правый нижний угол (ил по центру внизу) страницы. 7. Разметка страниц: слева – 3 см, сверху и снизу – 2 см, справа – 1,5 см 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Титульный лист 2. Содержание (план) 3. Введение 4. Основная часть (необходимо рассматривать минимум 3 вопроса) 5. Заключение 6. Список литературы 7. Объем – минимум 20 страниц 8. Нумерация страниц – правый нижний угол (ил по центру внизу) страницы 8. Разметка страниц: слева – 3 см, сверху и снизу – 2 см, справа – 1,5 см

Оформление документа

1. Шрифт	Times New Roman
2. Размер	12, 14
3. Междустрочный интервал	1,5 пт
4. Интервал перед, после абзаца	0 пт.
5. Выравнивание	по ширине
6. Отступ первой строки	1,25 см.
7. Выделение определений	полужирный курсив
8. Нумерация страниц (нумерация начинается со 2 стр)	внизу справа (допускается по центру)

11.3. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

1. Использование электронных ресурсов для подготовки к занятиям и экзамену (см. пп. 8);
 2. Консультирование студентов посредством электронной почты.
 3. Использование информационно-справочных систем:
 - автоматизированная система управления - база данных «Университет»
 - электронные библиотечная система: Университетская библиотека on-line (www.biblioclub.ru).
- тестовый доступ: American Institute of Physics, Znanium.com, Casc, Редакция журналов BMJ Group, БиблиоРоссика, электронная коллекция книг и журналов Informa Healthcare, Polpred, Science Translational Medicine, коллекция журналов BMG Group.

11.4. Особенности организации образовательного процесса инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Образовательный процесс для лиц с ограниченными возможностями здоровья организован в соответствии с Федеральным законом от 29.12.2012 N 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации», «Методическими рекомендациями по организации образовательного процесса для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в образовательных организациях высшего образования, в том числе оснащенности образовательного процесса» Министерства образования и науки РФ, утвержденными 08.04.2014 г. № АК-44/058н и разделом 7, п. 7.1, пп. 22 «Методические рекомендации по работе с обучающимися с ограниченными возможностями здоровья», устанавливающими специальные требования к условиям изучения дисциплин для лиц с ограниченными возможностями здоровья.

В зависимости от индивидуальных особенностей обучающихся с ограниченными возможностями здоровья в Институте обеспечивается:

1. Для слепых: материалы для обучения оформлены в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением для слепых. Письменные задания выполняются обучающимися на компьютере со специальным программным обеспечением для слепых, либо надиктовываются. При необходимости обучающимся предоставляется комплект письменных принадлежностей.
2. Для слабовидящих: учебные материалы и задания для контроля оформлены увеличенным шрифтом, обеспечено индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс. При необходимости обучающимся предоставляется увеличивающее устройство, допускается использование увеличивающих устройств, имеющихся у обучающихся.
3. Для глухих и слабослышащих, с тяжелыми нарушениями речи: обеспечено наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования. По желанию глухих и слабослышащих обучающихся экзаменационные мероприятия производятся в письменной форме.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата (тяжелыми нарушениями двигательных функций верхних конечностей или отсутствием верхних конечностей): для выполнения письменных заданий используется надиктовка их на технические средства обучения. По желанию обучающегося письменные занятия заменяются устными.

11.5 Тестовые задания для самоконтроля знаний студентов по дисциплине «Линейная алгебра»

- 1.

Определитель $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 4$. Тогда определитель матрицы

$\begin{pmatrix} 5a_{11} & -5a_{12} & 5a_{13} \\ a_{21} & -a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & -a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ равен ...

- 20
- -4
- -20
- 9

Определитель $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = -1$. Тогда определитель матрицы

$\begin{pmatrix} -a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ -2a_{21} & 2a_{22} & 2a_{23} \\ -a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ равен ...

- 3
- 2
- -2
- 1

Определитель $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = -4$. Тогда определитель матрицы

$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 2a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & 2a_{23} \\ -a_{31} & -a_{32} & -2a_{33} \end{pmatrix}$ равен ...

- -8
- 2
- 8
- -6

Определитель матрицы $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ равен ...

- 24
- 0
- 4
- 2

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Определитель матрицы равен ...

- 0
- 1
- 12
- -24

Если существует матрица $2A + A^T$, то матрица A

- может быть произвольной
- является нулевой (размера $m \times n$, где $m \neq n$)
- является квадратной
- может быть единичной

Если существует матрица $A + (3A)^T$, то матрица A

- является квадратной
- может быть произвольной
- является нулевой (размера $m \times n$, где $m \neq n$)
- может быть единичной

Если существует матрица $A - A^T$, то матрица A

- является нулевой (размера $m \times n$, где $m \neq n$)
- является квадратной
- может быть единичной
- может быть произвольной

Если существует матрица $A^T + 5A$, то матрица A

- является нулевой (размера $m \times n$, где $m \neq n$)
- может быть единичной
- является квадратной
- может быть произвольной

Если существует матрица $A - 4A^T$, то матрица A

- может быть единичной
- является нулевой (размера $m \times n$, где $m \neq n$)
- является квадратной
- может быть произвольной

Операция произведения матриц правильно определена для матричного умножения вида ...

- $(-1 \ 3) \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot (-1 \ 3)$
- $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 5 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

$$\bullet \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Операция произведения матриц правильно определена для матричного умножения вида ...

$$\bullet \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\bullet (4 \ -1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\bullet \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\bullet \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \cdot (4 \ -1)$$

$$\bullet \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Операция произведения матриц правильно определена для матричного умножения вида ...

$$\bullet \begin{pmatrix} 6 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\bullet \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\bullet \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \cdot (1 \ -5)$$

$$\bullet (1 \ -5) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\bullet \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Операция произведения матриц правильно определена для матричного умножения вида ...

$$\bullet \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\bullet \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot (5 \ -4)$$

$$\bullet \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\bullet (5 \ -4) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

- $\begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Операция произведения матриц правильно определена для матричного умножения вида ...

- $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

- $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot (4 \quad -6)$

- $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

- $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

- $(4 \quad -6) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

Система $\begin{cases} ax + 4y = 0 \\ 4x + y = 0 \end{cases}$ имеет ненулевое решение при ...

- $a = 4$
- $a = 16$
- $a = 0$
- $a = -4$

Система $\begin{cases} 2x + ay = 0 \\ x + ay = 0 \end{cases}$ имеет единственное решение при ...

- $a \neq 0$
- $a = 2$
- $a = 0$
- $a = 1$

Система линейных уравнений $\begin{cases} x - by = 3 \\ ax + 4y = 7 \end{cases}$ имеет решение $x_0 = -1, y_0 = 2$ при ...

- $a = 1, b = -2$
- $a = -1, b = 2$
- $a = 3, b = -2$
- $a = -1, b = -2$

Система линейных уравнений $\begin{cases} -2x + by = 6 \\ ax - 3y = -1 \end{cases}$ имеет решение $x_0 = -2, y_0 = 1$ при ...

- $a = -1, b = 6$
- $a = 2, b = 8$
- $a = 2, b = -1$

- $a = -1, b = 2$

Система линейных уравнений $\begin{cases} 2x - by = -2 \\ -ax + 2y = 12 \end{cases}$ имеет решение $x_0 = 2, y_0 = 3$ при ...

- $a = -3, b = 2$

- $a = 3, b = 4$

- $a = 2, b = 3$

- $a = -10, b = 4$

11.6. Примеры домашних заданий и контрольных работ по дисциплине «Линейная алгебра»

Примеры домашних заданий

Задание 1.

1. На приобретение оборудования выделено 20 ден. ед. Оборудование должно быть размещено на площади 42 м^2 . Предприятие может заказать оборудование трёх типов: машины А стоимостью 3 ден. ед., требующие производственной площади в 6 м^2 (с учётом проходов) и обеспечивающие производство 7 тыс. ед. продукции за смену; машины Б стоимостью 2 ден. ед., занимающие площадь 4 м^2 и дающие за смену 4 тыс. ед. продукции; машины В стоимостью 1 ден. ед., требующие 3 м^2 площади и дающие за смену 2 тыс. ед. продукции. Записать в математической форме условия приобретения оборудования при полном использовании выделенных средств, производственной площади и гарантирующие выпуск за смену 42 тыс. ед. продукции.
2. На товарные станции А и В прибыло по 45 комплектов мебели. Перевозка одного комплекта со станции А в магазины M_1, M_2, M_3 обходится соответственно в 1, 3 и 5 ден. ед., а со станции В – в 3, 5 и 4 ден. ед. В каждый магазин надо доставить одинаковое количество мебели. Записать в математической форме условия доставки мебели в магазины, если надо затратить 270 ден. ед.
3. На предприятии освоено четыре технологических способа изготовления изделий I_1 и I_2 из некоторого сырья. В таблице указано количество изделий, которое может быть произведено из единицы сырья каждым из способов. Записать в математической форме условия выбора технологий при производстве из 94 ед. сырья 574 изделий I_1 и 328 изделий I_2 .

Изделие	Выход из единицы сырья			
	I	II	III	IV
I_1	2	1	7	4
I_2	6	12	2	3

4. Цех производит изделия А и Б. Сменный плановый выпуск составляет 90 изделий А и 70 изделий Б. За смену не может использоваться более 540 ед. оборудования, более 550 ед. сырья и более 405 ед. электроэнергии. Расход ресурсов на одно изделие указан в таблице. От реализации одного изделия А прибыль составляет 80 ден. ед., изделия Б – 70 ден. ед. Каким матема-

тическим условиям должен удовлетворять выпуск продукции, при котором выполняются ограничения на общий расход ресурсов и обеспечивается не менее 2800 ден. ед. прибыли?

Ресурсы	Изделия	
	А	Б
1. Оборудование	2	3
2. Сырьё	1	4
3. Электроэнергия	2	1,5

- Цех выпускает электромоторы, утюги и радиаторы. Для изготовления одного мотора требуется 60 часов, утюга – 7 часов, радиатора – 4 часа. Для всей работы можно использовать 10000 часов в месяц. Цены изделий соответственно 70, 8 и 12 ден. ед. Месячный план выпуска моторов – не менее 135 штук, а утюгов и радиаторов вместе – не менее чем на 1700 ден. ед. Каким условиям должен удовлетворять месячный выпуск продукции, обеспечивающий прибыль не менее чем 50000 ден. ед.?
- На судно грузоподъёмностью 1000 т и ёмкостью трюмов 2400 м³ необходимо погрузить товары А и Б. Объёмные коэффициенты товаров составляют соответственно 3 м³/т и 1,2 м³/т. На складе имеется 800 т товара Б и большое количество товара А. Записать в математической форме ограничения на количество погружаемых на судно товаров, не позволяющие превысить грузоподъёмность судна, ёмкость его трюмов и запас товара Б.

Задание 11.

- Заданы координаты вершин треугольника $A(-8; 27)$, $B(-14; 10)$, $C(10; 3)$. Найти: 1) длину стороны AC ; 2) уравнение стороны AC ; 3) уравнение высоты, проведённой из вершины B ; 4) длину высоты, проведённой из вершины B ; 5) уравнение биссектрисы угла C треугольника; 6) угол C .
- Даны уравнения оснований трапеции $4x + 2y - 7 = 0$ и $2x + y - 5 = 0$. Найти длину её высоты.
- Даны уравнения двух сторон параллелограмма $y = \frac{1}{2}x$ и $y = x - 1$. Его диагонали пересекаются в точке $M(3; -1)$. Составить уравнения двух других сторон параллелограмма.
- Вычислить координаты вершин ромба, если известны уравнения двух его сторон $2x - y + 5 = 0$, $2x - y + 11 = 0$ и уравнение одной из его диагоналей $x + y + 4 = 0$.
- Даны уравнения сторон треугольника $x + y - 1 = 0$, $y + 1 = 0$ и точка $M(-1; 0)$ пересечения его медиан. Найти уравнение третьей стороны.
- Предприятие купило автомобиль стоимостью 2400 ден. ед. Ежегодная норма амортизации составляет 10% от цены покупки. Составить уравнение, определяющее стоимость автомобиля в зависимости от времени t . Построить его график. Найти стоимость автомобиля через: а) 5 лет; б) 6 лет и 3 месяца.
- Настольные лампы продаются по цене 1200 руб. каждая. Постоянные издержки составляют 24000 руб. в месяц, а переменные – 800 руб. за лампу. Найти точку безубыточности. Сколько ламп фабрика должна изготовить и продать, чтобы получить 15% дохода на деньги, вложенные в фиксированные затраты?
- Производитель телевизоров продаёт 100 телевизоров в неделю по цене 1800 ден. ед. за каждый. Если цена повышается до 1900 ден. ед., то объём продаж снижается до 80 телевизоров. Фиксированные издержки производства телевизоров составляют 50000 ден. ед. в неделю, а переменные – 800 ден. ед. за один телевизор. Считается, что спрос зависит от цены линейно. Составить функцию выручки. Составить функцию издержек. Составить функцию прибыли. Найти точку безубыточности.
- Фотограф заметил, что при цене 110 руб. за набор фотографий на паспорт он делает 45 наборов. Если повысить цену до 120 руб., то число клиентов снижается до 40. Считая линейным соотношением между спросом и ценой, определить цену за набор фотографий, если ожидаемое число клиентов составит 50.
- Фиксированные издержки составляют 10 тыс. руб. в месяц, переменные – 30 руб., выручка – 50 руб. за 1 ед. продукции. Составить функцию прибыли и построить её график.

Примеры индивидуальных расчётных заданий

Задание 1.

1. Найти матрицу $C = (-2AB^{-1} + \frac{1}{2}A^2B)^T$, если $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \\ 1 & -4 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить: $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 7 & 1 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$.

3. Доказать совместность данной системы уравнений и решить её тремя методами: а) по формулам Крамера; б) средствами матричного исчисления; в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - 4 = 0, \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 - 8 = 0, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 - 1 = 0. \end{cases}$$

4. Найти все базисные решения системы $\begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8. \end{cases}$

5. Найти все существующие опорные решения системы $\begin{cases} -3x_1 + 4x_2 - 5x_3 - x_4 + 2x_5 = -9, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 - 4x_4 + x_5 = 1, \\ 3x_1 - 5x_2 - x_3 + 2x_4 - 3x_5 = -4. \end{cases}$

6. Показать, что векторы $\vec{a}_1 = (3; 3; 1)$, $\vec{a}_2 = (2; -2; 1)$ и $\vec{a}_3 = (2; 1; 1)$ образуют базис пространства V^3 и найти координаты вектора $\vec{b} = (9; 0; 4)$ в этом базисе.

7. Вектор $\vec{x} = (6; 3; 1)$ задан в базисе $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$. Найти его координаты в базисе $\vec{e}_1^*, \vec{e}_2^*, \vec{e}_3^*$, если

$$\begin{aligned} \vec{e}_1^* &= \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \frac{4}{3}\vec{e}_3, \\ \vec{e}_2^* &= 4\vec{e}_1 - \vec{e}_2, \\ \vec{e}_3^* &= -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3. \end{aligned}$$

8. Матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ задана в базисе $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$. Найти её в базисе

$$\begin{aligned} \vec{e}_1^* &= \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3, \\ \vec{e}_2^* &= -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3, \\ \vec{e}_3^* &= -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3. \end{aligned}$$

9. Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного

матрицей $\begin{pmatrix} 6 & 1 & -1 \\ 2 & 5 & -2 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$.

10. Химическое предприятие состоит из трёх цехов, выпускающих одинаковую продукцию. Расходные коэффициенты a_{ij} – количество единиц продукции i -го цеха, используемые как «сырьё» для выпуска единицы продукции j -го цеха, заданы матрицей A . Количество единиц продукции i -го цеха, предназначенных для реализации (конечный продукт), задаётся матрицей Y . Определить: 1) валовой выпуск (план) для каждого цеха; 2) производственную программу цехов.

$$A = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,2 & 0,1 \\ 0 & 0,1 & 0,3 \\ 0,2 & 0 & 0,4 \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \\ 200 \end{pmatrix}.$$

Задание 2.

1. Задан треугольник с координатами своих вершин $A(8; 2)$, $B(14; 10)$, $C(-4; 7)$. Требуется:

1) составить уравнение стороны AB ; 2) найти длину стороны AB ; 3) составить уравнение высоты, проведённой из вершины C ; 4) вычислить расстояние от вершины B до стороны AC ; 5) составить уравнение средней линии MN треугольника, параллельной стороне BC ; 6) найти площадь треугольника; 7) найти угол A треугольника. Сделать чертёж.

2. Прямая $5x - 3y + 4 = 0$ является одной из сторон треугольника, а прямые $4x - 3y + 2 = 0$ и $7x + 2y - 13 = 0$ – его высоты. Найти уравнения двух других сторон треугольника.

3. Какую линию второго порядка определяет каждое из заданных уравнений? Сделать схематический чертёж и найти все известные вам их характеристики.

а) $x^2 + 8x - 5y + 21 = 0$; б) $y = \frac{4x + 5}{2x + 1}$.

4. Для изготовления столов и шкафов используются два вида древесины. Расход древесины каждого вида на каждое изделие приведён в следующей таблице (в куб. м).

Изделие	Древесина	
	первого вида	второго вида
Стол	0,15	0,2
Шкаф	0,20	0,1

Доход мастерской от производства одного стола составляет 12 ден. ед., а шкафа – 15 ден. ед. Построить область допустимых планов выпуска столов и шкафов, обеспечивающих доход мастерской не менее 4000 ден. ед., если в распоряжении мастерской имеется 60 куб. м древесины первого вида и 40 куб. м древесины второго вида.

5. Используя теорему о представлении, выразить точку $M(6; 5)$ через вершины области решений следующей системы неравенств:

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 \geq 7, \\ 5x_1 - 2x_2 \leq 36, \\ 2 \leq x_1 \leq 7. \end{cases}$$

6. Привести систему линейных уравнений к эквивалентной системе линейных неравенств:

$$\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 5, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 4, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_{ij} \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4, 5. \end{cases}$$

Пример «Модуля № 1»

1. Найти матрицу $D = (AB)^T - C^2$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -2 \\ -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений по формулам Крамера и матричным методом:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 5, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -3, \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 7. \end{cases}$$

3. Найти любые два базисных решения системы $\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 + 5x_4 = -3. \end{cases}$

4. Найти любое одно опорное решение системы $\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 - 6x_5 = 7, \\ 3x_1 - 2x_2 + 8x_3 - x_4 + 2x_5 = 10, \\ x_1 - 7x_2 - 5x_3 - 3x_4 + 2x_5 = -17. \end{cases}$

5. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 & 2 & 5 \\ -1 & 0 & 4 & 8 & 3 \\ 3 & 6 & 10 & -4 & 7 \end{pmatrix}$.

6. В таблице указано количество единиц продукции, отгружаемой ежедневно на заводах 1, 2 и 3 в пункты назначения А, В, С, D, причём доставка единицы продукции с каждого завода в пункт А стоит 90 ден. ед., в пункт В – 110 ден. ед., в пункт С – 120 ден. ед., в пункт D – 140 ден. ед. Составить матрицу затрат на перевозки.

Завод	Пункт назначения			
	А	В	С	D
1	10	15	9	7
2	14	8	12	8
3	6	14	22	17

Пример «Модуля № 2»

1. Известно, что $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$, $\widehat{\vec{a}, \vec{b}} = \frac{2\pi}{3}$. Найти, при каком значении α векторы $\vec{p} = \alpha\vec{a} + 17\vec{b}$

и $\vec{q} = 3\vec{a} - \vec{b}$ ортогональны.

2. Исследовать на линейную зависимость систему векторов:

$$\vec{x} = (1; 5; 7), \vec{y} = (4; 0; 6), \vec{z} = (1; 0; 0).$$

3. Показать, что векторы $\vec{a} = (1; 2; 1)$, $\vec{b} = (0; 1; 1)$, $\vec{c} = (0; 0; 3)$ образуют базис пространства V^3 , и найти координаты вектора $\vec{d} = (1; 0; 2)$ в этом базисе.

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $A = \begin{pmatrix} -3 & 11 & 7 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

5. Найти точку пересечения прямой $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$ и плоскости $x + 2y + 3z - 29 = 0$.
6. Какая линия задаётся уравнением $3x^2 - y - 18x + 25 = 0$? Сделайте схематический чертёж и найдите все известные вам её характеристики.
7. Дан параллелограмм ABCD, причём A(2; 5), B(-3; 4), C(-4; -2). Найти вершину D и острый угол параллелограмма.
8. По одному виду вкладов банк выплачивает 15% годовых, а по другому, более рискованному, - 20% годовых. Вкладчик хочет вложить 3 тыс. руб. и получать ровно 500 руб. в год. Какие суммы нужно вложить по каждому виду вклада?

Примечание 1. Варианты модулей индивидуальные для каждого студента.

Для самостоятельной работы при выполнении домашних работ, а также при подготовке к модульным работам, зачётам используются учебные материалы:

1. Линейная алгебра. Е. С. Фёдорова, Т. А. Шемякина. Учебное пособие. КРСУ, Бишкек, 2002 г. - 83 с.
2. Типовые расчёты по аналитической геометрии. Е. С. Фёдорова, Ш. А. Эгембердиев. Учебное пособие. КРСУ, Бишкек, 2003 г. - 59 с.
3. Методические указания и контрольные задания по дисциплине «Линейная алгебра». БФМСИ. Сост. Е. С. Фёдорова.
4. Сборник задач и упражнений по высшей математике: Общий курс: Учебное пособие / А. В. Кузнецов, Д. С. Кузнецова, Е. И. Шилкина и др. - Мн. : Высш. шк., 1994 г. - 284 с.
5. Сборник задач по высшей математике для экономистов. Учебное пособие. / Под ред. В. И. Ермакова. - М.: ИНФРА - М, 2002 г., стр. 117 - 135.

Примечание 2. Итоговый зачёт для студентов, не получивших зачёт по причине недобора баллов, проводится в виде контрольной работы, состоящей из пяти задач. Каждая задача оценивается 20-ю баллами. Студент получает зачёт, если он получает не меньше 50-ти баллов.

Пример зачётной работы

1. Найти матрицу $D = (2(A^{-1})^2)^T$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$.
2. Найти одно опорное решение системы $\begin{cases} x_1 - x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1, \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ -x_1 + x_2 - 13x_3 - 18x_4 = -1. \end{cases}$
3. Найти длину вектора $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}$.
4. Найти длину медианы AD треугольника с вершинами A(3; 4), B(2; -1), C(1; -7).
5. Какую линию определяет уравнение $y^2 - 8y = 4x$? Найти её характеристики. Сделать схематический рисунок.